Lösungen zur Probeklausur unter Abiturbedingungen • 13.2

für Dienstag, 3. März 2020 • 4 Unterrichtsstunden

Analysis • Lineare Algebra • Stochastik

Prüfungsteil 1 • ohne Hilfsmittel

Vorschlag A

Analysis | Niveau 1

Achtung: *Schreibfehler in der Aufgabenstellung: statt $[-1;1]$ sollte es $[0;2]$ heißen, auch in den Integralgrenzen. Sonst stimmt Aussage a) nicht und ist daher nicht begründbar. Und b) würde sich ändern auf $A = 2$.*

1. a) Es gilt $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 0$, da ist $f(1-x) = -f(1-x)$ ist, also rechts von 1 die Funktion genauso nach oben verläuft, wie links von 1 (in absteigende x-Richtung) nach unten. Die beiden Dreiecksflächen bilanzieren sich im Integral also weg.

b) Getrennt nach Bereichen $f \geqslant 0$ und $f \leqslant 0$ ergibt sich:

$$A = -\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 1/2 \cdot 1^2 = 1$$

Lineare Algebra | Niveau 1

2. a) Berechnen von $\vec{n} \cdot \vec{p}$ ergibt $d = 2 + 2 + 2 = 6$.

b) $|\vec{p}| = \sqrt{4+1+4} = 3$

c) Der Abstand der Ebene E vom Koordinatenursprung kann in einem anderen Punkt als P angenommen werden. Oder: P muss nicht der Lotfußpunkt sein (bei Fällen des Lots von O auf E).

Stochastik | Niveau 1

3. a) Die Summe der $P(e_i)$ (zweite Zeile) muss 1 ergeben. Die vorhandene Summe ist 0,75 und es fehlt $a = 0{,}25$.

b) $P(\text{„ungerade“}) = P(1) + P(3) + P(5) = 0{,}65$.

c) $\mathcal{C}E_{\text{„höchstens 2“}} = \{3,4,5\}$

Stochastik | Niveau 2

4. a) Ja, binomialverteilte Rechnung ist angemessen: Zwar wird ohne Zurücklegen gezogen (entnommen), so dass sich die Gesamtheit, aus der gezogen wird, verkleinert. Aber erstens ist das bei der kleinen Anzahl Entnahmen relativ zu der sehr großen Menge Grundgesamtheit fast ohne Effekt in der Rechnung. Und zweitens ist bei fortlaufender Produktion die Grundgesamtheit gar nicht so klar feststellbar, aus der nicht mehr gezogen werden kann: aus

GK

einem durchgelaufenen Bereich wird sowieso nicht mehr gezogen.

b) $E = \{ X \leqslant 6 \}$ ist das Ereignis, bei 20 Durchläufen eines Bernoulliversuchs bei einer Trefferwahrscheinlichkeit von 30 % höchstens 6 Treffer zu erzielen.

$E : X \leqslant 6$

Prüfungsteil 2 • mit Hilfsmitteln

Vorschlag B | Stochastik – Hypothesentest | Pflichtaufgabe

1.

- Nullhypothese: Die Keimfähigkeit für Samen aus Qualitätsstufe B ist 70 %.
- Gegenhypothese: Diese Keimfähigkeit ist (deutlich) größer als 70 %.

$H_0 : p = 0{,}7$
$H_1 : p > 0{,}7$

2. $n = 100$ und $\alpha = 5\,\%$. Damit bestimmen wir die kritische Zahl K, welche etwa im Bereich $\geqslant 75$ liegen wird.

$$0{,}05 = P_{H_0}(H_1) = P(X > K) = 1 - P(X \leqslant K) \quad | \quad 1 - \bullet$$
$$0{,}95 = P(X \leqslant K) = F(100;0{,}7;K)$$

Aus einer passenden F-Tabelle (TR) ergibt sich $K = 77$. Entscheidungsregel: Bei mehr als 77 aufgehenden Samenkörnern ist der Behautpung des Anbieters zu folgen.

k	F(k)
75	0,8864
76	0,9245
77	0,9521

3. Die Irrtumswahrscheinlichkeit erster Art ist

$$\alpha = P_{H_0}(H_1) = P(X > 75) = 1 - P(X \leqslant 75) = 1 - F(100;0{,}7;75)$$
$$\doteq 1 - 0{,}8864 = 0{,}1136 \doteq 11\,\%.$$

4. Fehler zweiter Art: Das Testergebnis spricht für H_0, obwohl H_1 richtig ist: Obwohl also die Behauptung des Herstellers stimmt und die Keimfähigkeit deutlich über 70 % liegt, zeigen sich in der Stichprobe zu wenige Keimungen.

Die Lösungen zu den übrigen Aufgaben finden sich in den ausgeteilten Lösungen der originalen Abiturvorschläge.